

Monotonieprinzip

Es seien die Funktionen $w = w(x)$, $z = z(x)$ für $x \in [a, b]$ stetig differenzierbar und $w(a) = z(a)$. Ferner sei $f = f(x, y)$ für $x \in [a, b]$, $y \in \mathbb{R}$ definiert. w genüge der Differentialgleichung

$$w'(x) = f(x, w(x)), \quad x \in [a, b],$$

während z der Differentialgleichung

$$z'(x) > f(x, z(x)), \quad x \in [a, b],$$

genüge. Zeigen Sie:

$$z(x) > w(x) \quad \text{für } x \in (a, b].$$